

**Задача 7. Отг. а) 6; б) 15 и 10; в) 600 лв. и 900 лв.**

а) След като за 4 дни са свършени  $\frac{2}{3}$  от ремонта, то останалата  $\frac{1}{3}$  ще бъде свършена за 2 дни.

б) Нека първият работник извършва ремонта сам за  $x$  дни. Тогава дневната му производителност е  $\frac{1}{x}$ . Съгласно условието на задачата вторият работник извършва ремонта сам за  $(x - 5)$  дни и дневната му производителност е  $\frac{1}{x-5}$ , ( $x > 5$ ). От а) следва,

че двамата работници могат да свършат заедно ремонта за 6 дни. Тогава  $6 \cdot \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} \right) = 1$  и  $\frac{12x-30}{x(x-5)} = 1 \Leftrightarrow 12x-30 = x^2-5x \Leftrightarrow x^2-17x+30=0$ . Получаваме  $x_1 = 2$  и  $x_2 = 15$ , но  $x >$

5 и следователно отговорът е  $x_2 = 15$  дни, т.е. първият работник може да извърши ремонта сам за 15 дни, а вторият – за 10 дни.

в) Планираните средства за труд са  $0,3 \cdot 5000 = 1500$  лв. Отношението на работата, извършена от двамата работници, е:  $\frac{6 \cdot \frac{1}{15}}{6 \cdot \frac{1}{10}} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ . Следователно отношението на получените суми ще е 2:3 или 600 лв. и 900 лв.

**Оценяване.** За намиране отговора 6 дни в а) се присъждат **(2 точки)**. За изразяване на дневните производителности на двамата работници се присъжда по **(1 точка)**. За съставяне на квадратното уравнение **(1 точка)** и за намиране на корените му **(2 точки)**. За намиране отговорите в б) **(1 точка)**. За получаване на отношението на свършената работа **(1 точка)** за намиране на възнагражденията **(1 точка)**.

Задача	1	2	3	4	5	6	7
Отговор	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>1,05</b>	<b>а) 6; б) 15 и 10; в) 600 лв. и 900 лв.</b>

**Задача 7. Отг. В.** Ще пресметнем NPV на паричните потоци за трите проекта:

$$\begin{aligned} NPV_A &= -12\,000 + \frac{3000}{1,1} + \frac{3000}{1,1^2} + \frac{3000}{1,1^3} + \frac{3000}{1,1^4} + \frac{3000}{1,1^5} \approx \\ &\approx -12\,000 + 2727,2727 + 2479,3388 + 2253,9444 + 2049,0403 + 1862,7639 \approx \\ &\approx -627,38 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} NPV_B &= -39\,000 + \frac{15\,000}{1,1} + \frac{15\,000}{1,1^2} + \frac{15\,000}{1,1^3} + \frac{-10\,000}{1,1^4} + \frac{15\,000}{1,1^5} \approx \\ &\approx -39\,000 + 13\,636,363 + 12\,396,694 + 11\,269,722 - 6830,1345 + 9313,8198 \approx 786,434 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} NPV_C &= -13\,000 + \frac{5000}{1,1} + \frac{5000}{1,1^2} + \frac{5500}{1,1^3} \approx \\ &\approx -13\,000 + 4545,4545 + 4132,2314 + 4132,2314 \approx -190,083. \end{aligned}$$

Пресмятанията са извършени с обикновен калкулатор, като сме използвали, че  $1,1^2 = 1,21$ ;  $1,1^3 = 1,21 \cdot 1,1 = 1,331$ ;  $1,1^4 = 1,331 \cdot 1,1 = 1,4641$ ;  $1,1^5 = 1,4641 \cdot 1,1 = 1,61051$

От направените изчисления следва, че само проект В е приемлив.

*Оценяване.* Численият резултат на всеки проект се оценява с **(3 точки)**. Правилният извод се оценява с **(1 точка)**.

Задача	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
Отговор	<b>С</b>	<b>Е</b>	<b>Е</b>	<b>А</b>	<b>С</b>	<b>4</b>	<b>В</b>

**Задача 7. Отг. 120 000.** Лихвеният процент за един месец за първата година е  $2,52 : 12 = 0,21\% = p_1$ , а за втората той е  $2,64 : 12 = 0,22\% = p_2$ .

1) Лихвите за първата година са:

$$\begin{aligned} X \cdot \frac{p_1}{100} + \left(X - \frac{X}{30}\right) \frac{p_1}{100} + \left(X - \frac{2X}{30}\right) \frac{p_1}{100} + \dots + \left(X - \frac{11X}{30}\right) \frac{p_1}{100} = \\ = \frac{p_1}{100} \left(X + X - \frac{X}{30} + X - \frac{2X}{30} + \dots + X - \frac{11X}{30}\right) = \frac{p_1 \cdot X}{100} \left[12 - \frac{1}{30}(1 + \dots + 11)\right] = \\ = \frac{p_1 \cdot X}{100} \left[12 - \frac{66}{30}\right] = 9,8 \cdot \frac{p_1 \cdot X}{100} = \frac{9,8 \cdot 0,21 \cdot X}{100} = 0,02058X. \end{aligned}$$

2) Лихвите за втората година са:

$$\begin{aligned} \left(X - \frac{12X}{30}\right) \frac{p_2}{100} + \left(X - \frac{12X}{30} - \frac{X}{40}\right) \frac{p_2}{100} + \left(X - \frac{12X}{30} - \frac{2X}{40}\right) \frac{p_2}{100} + \dots + \left(X - \frac{12X}{30} - \frac{11X}{40}\right) \frac{p_2}{100} = \\ = \frac{p_2}{100} \left[X - \frac{12X}{30} + X - \frac{12X}{30} - \frac{X}{40} + \dots + X - \frac{12X}{30} - \frac{11X}{40}\right] = \\ = \frac{p_2}{100} \left[12X - \frac{144X}{30} - \frac{X}{40}(1 + \dots + 11)\right] = \frac{p_2 \cdot X}{100} (12 - 4,8 - 1,65) = 5,55 \cdot \frac{p_2 \cdot X}{100} = \\ = \frac{5,55}{100} \cdot 0,22 \cdot X = 0,01221X. \end{aligned}$$

Общо лихвите са:

$$0,02058X + 0,01221X = 3934,80 \text{ или } X = \frac{3934,80}{0,03279} = 120\,000 \text{ лв.}$$

**Оценяване.** За верни месечни лихвени проценти за първата и втората години (**по 1 точка**). Вярно записани лихви за първата година (**3 точки**). Вярно записани лихви за втората година (**3 точки**). Записване на уравнение за  $X$  (**1 точка**). За краен отговор (**1 точка**).

Задача	1	2	3	4	5	6	7
Отговор	<b>B</b>	<b>E</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>2424,24</b>	<b>120 000</b>

**Задача 7. Отг. 800.** Основната сума в края на 36-ия месец е:

$$12\,000 - x + x - 200 + x + 300 = 12\,100 + x \text{ лв.}$$

Следователно всички лихви са  $13\,948,52 - 12\,100 - x = 1848,52 - x$  лв.

Месечният лихвен процент до 18-ия месец е  $3,72:12 = 0,31\%$ , а след това е  $3,84:12 = 0,32\%$ . Ще означим начислените лихви в края на 4-тия месец с  $L_4$ , от 5-ия до 12-ия с  $L_{12}$ , от 13-ия до 18-ия месец с  $L_{18}$ , от 19-ия до 30-ия месец с  $L_{30}$ , от 31-вия до 36-ия месец с  $L_{36}$ . Тогава

$$L_4 = 12\,000 \cdot \frac{0,31}{100} \cdot 4 = 148,80 \text{ лв.}$$

$$L_{12} = (12\,000 - x) \cdot \frac{0,31}{100} \cdot 8 = (297,60 - 0,0248x) \text{ лв.}$$

$$L_{18} = 11\,800 \cdot \frac{0,31}{100} \cdot 6 = 219,48 \text{ лв.}$$

$$L_{30} = 11\,800 \cdot \frac{0,32}{100} \cdot 12 = 453,12 \text{ лв.}$$

$$L_{36} = (12\,100 + x) \cdot \frac{0,32}{100} \cdot 6 = (232,32 + 0,0192x) \text{ лв.}$$

Като съберем всички лихви, получаваме  $1351,32 - 0,0056x$ , което е равно на  $1848,52 - x$  или  $0,9944x = 497,2$  и  $x = 500$  лв. Следователно в края на 30-ия месец са внесени  $500 + 300 = 800$  лв.

*Оценяване.* За намиране на двата месечни процента (**по 1 точка**). За намиране, че всички лихви са  $1848,52 - x$  (**1 точка**). За намиране на всяка от петте лихви (**по 1 точка**). За намиране на  $x$  (**1 точка**). За намиране на крайния отговор (**1 точка**).

Задача	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
Отговор	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>7</b>	<b>800</b>

**Задача 7. Г А В Б.** За всяка от възможностите стойността на сумата 1000 лв. след една година е:

$$\text{А: } 1000 \left( 1 + \frac{10}{100} \right) = 1000 \cdot 1,1 = 1100 \text{ лв.};$$

$$\text{Б: } 1000 \left( 1 + \frac{0,1}{100} \right)^{360} = 1000 \cdot 1,001^{360} \approx 1433,07 \text{ лв. Ако се използва обикновен калкулатор:}$$

$$1,001^2 \approx 1,002$$

$$1,001^4 \approx 1,002^2 \approx 1,004$$

$$1,001^8 \approx 1,004^2 \approx 1,008$$

$$1,001^{16} \approx 1,008^2 \approx 1,016$$

$$1,001^{32} \approx 1,016^2 \approx 1,032$$

$$1,001^{64} \approx 1,032^2 \approx 1,065$$

$$1,001^{128} \approx 1,065^2 \approx 1,134$$

$$1,001^{256} \approx 1,134^2 \approx 1,286$$

$$1,001^{320} = 1,001^{256} \cdot 1,001^{64} \approx 1,286 \cdot 1,065 \approx 1,37$$

$$1,001^{384} \approx 1,001^{256} \cdot 1,001^{128} \approx 1,458$$

От неравенствата  $1000 \cdot 1,001^{320} < 1000 \cdot 1,001^{360} < 1000 \cdot 1,001^{384}$  следва, че ако се използва възможността Б, след една година за стойността на 1000 лв. е изпълнено

$$1370 \text{ лв.} < \text{Б} < 1458 \text{ лв.}$$

$$\text{В: } 1000 \left( 1 + \frac{12}{100} \right) = 1000 \cdot 1,12 = 1120 \text{ лв.};$$

$$\text{Г: } 1000 \left( 1 + \frac{0,5}{100} \right)^{12} = 1000 \cdot 1,005^{12} \approx 1061,68 \text{ лв. Ако се използва обикновен калкулатор:}$$

$$1,005^2 \approx 1,01$$

$$1,005^4 \approx 1,01^2 \approx 1,02$$

$$1,005^8 \approx 1,02^2 \approx 1,04$$

$$1,005^{12} \approx 1,005^8 \cdot 1,005^4 \approx 1,04 \cdot 1,02 = 1,0608,$$

за стойността на 1000 лв. след една година получаваме  $1000 \cdot 1,0608 = 1060,80$  лв.

Окончателно Г А В Б

**Оценяване.** За изчисляване стойността на 1000 лв. при всяка от четирите възможности се присъждат по **(2 точки)**. За сравняване на четирите възможности се присъждат **(2 точки)**.

Задача	1	2	3	4	5	6	7
Отговор	Е	В	Е	С	С	24 000	Г А В Б